

Elektrostatika

Naelektrisanje

Postoje dve vrste naelektrisanja: pozitivno i negativno. Oznake + i –.

U svakom telu postoji i jedna i druga vrsta naelektrisanja. Ukoliko telo poseduje iste količine obe vrste naelektrisanja, onda je, u električnom smislu, neutralno. Telo je naelektrisano (opterećeno) ukoliko ima višak naelektrisanja jednog znaka.

Elektricitet ima diskretnu strukturu. Javlja se u elementarnim kvantima elektriciteta.

Nosilac elementarne količine negativnog elektriciteta je elektron.

Nosilac elementarne količine pozitivnog elektriciteta je proton.

Telo neutralno u električnom pogledu ima isti broj elektrona i protona. Telo se može naelektrisati dodiranjem, indukcijom. Telo koje ima višak elektrona, u odnosu na broj protona, je negativno naelektrisano. Telo koje ima manjak elektrona u odnosu na broj protona, pozitivno naelektrisano.

Naelektrisanje tela se opisuje količinom naelektrisanja. Oznaka je Q ili q . Jedinica za količinu naelektrisanja je kulon. Oznaka je C.

Naelektrisanje jednog elektrona je $-1,60206 \times 10^{-19} \text{C}$, i to je najmanja (elementarna) količina naelektrisanja.

Podužna gustina naelektrisanja je: $Q' = \lambda = \frac{Q_{\Delta l}}{\Delta l}$

Povrinska gustina naelektrisanja je: $\sigma = \frac{Q_{\Delta S}}{\Delta S}$

Zapreminska gustina naelektrisanja je: $\rho = \frac{Q_{\Delta V}}{\Delta V}$

Tačkasto naelektrisanje

Svako naelektrisano telo čije se dimenzije mogu zanemariti u odnosu na rastojanje sa koga se posmatra.

Osnovni zakoni se formulišu za tačkasta naelektrisanja.

Kulonov zakon

Sila kojom tačkasto naelektrisanje Q_1 deluje na tačkasto naelektrisanje Q_2 , F_{12} , srazmerna je količinama naelektrisanja Q_1 i Q_2 , a obrnuto srazmerna kvadratu rastojanja između ovih tačkastih naelektrisanja r_{12} . Koeficijent srazmernosti zavisi od sredine u kojoj se tela nalaze. Uticaj sredine je dat kroz konstantu ϵ koja se naziva dielektrična propustljivost (permitivnost) ili dielektrična konstanta. Smer sile je

privlačan ukoliko su naelektrisanja različitog znaka, a odbojan ukoliko su naelektrisanja istog znaka.

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_{12}^2} \cdot \text{ort}\vec{r}_{12}$$

U vakuumu, dielektrična konstanta je:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \left[\frac{C^2}{Nm^2} \right] = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \left[\frac{F}{m} \right]$$

Dielektrična konstanta neke druge sredine (ne vakuumu) ϵ jednaka je proizvodu relativne dielektrične konstante ϵ_r i dielektrične konstante vakuumu:

$$\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$$

ϵ_r je neimenovan broj. Obično se uzima da je u vazduhu $\epsilon_r=1$ odnosno $\epsilon \approx \epsilon_0$.

Električno polje

Naročito fizičko stanje u okolini naelektrisanih tela i električnih opterećenja, u kome se oseća uticaj električne sile.

Važna kvantitativna karakteristika električnog polja je vektor jačine električnog polja:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{\Delta Q}$$

ΔQ je probno opterećenje koje se nalazi u polju \vec{E} i na koje deluje sila \vec{F} . Pravac i smer polja je kao i pravac i smer sile koja deluje na pozitivno probno opterećenje, a intenzitet polja je jednak intenzitetu sile koja deluje na jedinično opterećenje.

Jedinica za jačinu električnog polja, na osnovu definicionog izraza, je [N/C], ali se češće koristi [V/m] (volt po metru).

Polje koje potiče od tačkastog naelektrisanja Q je:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{\Delta Q} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q \cdot \Delta Q}{r^2 \cdot \Delta Q} \cdot \text{ort}\vec{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q}{r^2} \text{ort}\vec{r}$$

Složena električna polja, koja potiču od više naelektrisanja, mogu se odrediti primenom principa superpozicije (važi u linearnim sredinama, kakve su npr. vakuum i vazduh). Polje koje potiče od n opterećenja jednako je vektorskom zbiru polja koja potiču od svakog opterećenja ponaosob.

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$

Prethodni izraz se lako može izvesti. Ukoliko postoji n opterećenja proizvoljno raspoređenih u prostoru, i ukoliko je rastojanje unetog probnog opterećenja ΔQ od i -tog opterećenja Q_i jednako r_i , onda je resultantna sila koja deluje na uneto probno opterećenje:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q_i \Delta Q}{r_i^2} \cdot \text{ort} \vec{r}_i$$

Polje u tački gde se nalazi probno opterećenje je:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{\Delta Q} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{r_i^2} \text{ort} \vec{r}_i = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$

Primenom principa superpozicije, a polazeći od izraza za polje tačkastog naelektrisanja, može se odrediti polje naelektrisanih tela.

Odrediti vektor jačine električnog polja beskonačno dugačke naelektrisane niti koja se nalazi u vakuumu.

Električno polje se može predstaviti i pomoću linija polja. Linija polja je zamišljena usmerena linija kojoj je vektor polja, u svakoj tački, tangenta. Pogodnim izborom gustina linija polja može se predstaviti jačina polja na posmatranom mestu.

Gausov zakon (u lokalnom obliku)

Iskaz Gausovog zakona u lokalnom obliku: Fluks vektora jačine električnog polja kroz bilo koju zamišljenu zatvorenu površinu, jednak je ukupnom naelektrisanju koje je obuhvaćeno tom zamišljenom zatvorenom površinom podeljeno sa dielektričnom konstantom sredine. Gausov zakon u lokalnom obliku važi u linearnim, homogenim, izotropnim sredinama. Matematički zapis Gausovog zakona u lokalnom obliku je:

$$\oint_s \vec{E} d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon}$$

Vektor površine je vektor čiji je intenzitet jednak veličini same površine, a pravac i smer je pravac i smer normale na tu površinu. Ukoliko je reč o zatvorenoj površini, dogovorno se uzima da je normal uvek orjentisana napolje.

Gausov zakon povezuje naelektrisanje koje stvara polje i polje. Gausov zakon omogućava neposredno i lako održavanje el. polja u nekim specijalnim ali važnim slučajevima, kada polje ima visok stepen simetrije.

Primenom Gausovog zakona, odrediti vektor jačine električnog polja beskonačno dugačke naelektrisane niti koja se nalazi u vakuumu.

Primenom Gausovog zakona odrediti vektor jačine električnog polja usamljene naelektrisane sfere koja se nalazi u vazduhu.

Potencijal

Neka se tačkasto naelektrisanje ΔQ nalazi u elektrostatičkom polju \vec{E} u proizvoljnoj tački 1. Ovo tačkasto naelektrisanje raspolaže, u odnosu na neku tačku 2, potencijalnom energijom W_p , koja je jednaka radu A_{12} koji su u stanju da izvrše sile elektrostatičkog polja pomerajući tačkasto naelektrisanje iz 1 u 2. Polazeći od definicionog izraza za rad koji neka sila \vec{F} izvrši na putu od tačke 1 do tačke 2:

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{l}$$

i imajući u vidu da je reč o radu sila u elektrostatičkom polju, odnosno da rad vrši Kulonova sila \vec{F} , dobija se:

$$W_p = A_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{l} = \int_1^2 \Delta Q \vec{E} d\vec{l} = \Delta Q \int_1^2 \vec{E} d\vec{l}$$

Potencijalna energija zavisi od tačkastog naelektrisanja ΔQ i od položaja tačaka 1 i 2, ali ne zavisi od puta koji povezuje te tačke. Količnik potencijalne energije i tačkastog naelektrisanja definiše elektrostatički potencijal tačke 1 u odnosu na tačku 2:

$$V_1 = \frac{W_p}{\Delta Q} = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l}$$

Referentna tačka za potencijal (tačka u odnosu na koju se računa potencijal ostalih tačaka) se bira proizvoljno. Potencijal referentne tačke je nula (vidi se i iz definicionog izraza). Ukoliko drugačije nije rečeno, u teoriji se uzima da je referentna tačka u beskonačnost.

Potencijal neke tačke M u odnosu na referentnu tačku Ref jednak je linijskom integralu od tačke M do referentne tačke skalarnog proizvoda vektora jačine elektrostatičkog polja \vec{E} i elementarnog pomeraja $d\vec{l}$:

$$V_M = \int_M^{\text{Ref}} \vec{E} d\vec{l}$$

Jedinica za potencijal je volt. Oznaka je V.

Potencijal opisuje elektrostatičko polje ekvivalentno kao i vektor jačine elektrostatičkog polja \vec{E} . Potencijal je podesniji za rad, s obzirom da je reč o skalarnoj veličini.

Ukoliko sve tačke neke površine imaju isti potencijal, onda je ta površina ekvipotencijalna.

Slobodna naelektrisanja se, u elektrostatičkom sistemu, uvek raspoređuju po površini provodnog tela (princip minimuma energije). Površina provodnog tela je ekvipotencijalna površina (u suprotnom, da postoji razlika potencijala između

pojedinih tačaka provodnog tela, između tih tačaka bi proticala struja bez ulaganja energije). Naelektrisanja se mogu kretati po površini provodnog tela samo u procesu naelektrisanja, dok ne zauzmu položaj koji će obezbediti ekvipotencijalnu površinu.

Linije elektrostatičkog polja su uvek upravne na površinu provodnog tela.

Potencijal tačkastog opterećenja, prema referentnoj tački u beskonačnosti, je:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q}{r}$$

Odrediti potencijal tanke usamljene metalne sfere koja se nalazi u vazduhu.

Komentar: Potencijal neke tačke ne zavisi od puta po kome se integracija vrši, već samo od izbora referentne tačke (odnosno od granica integracije). Ovo je direktna posledica činjenice da je cirkulacija (linijski integral po zatvorenoj konturi) vektora \vec{E} jednaka nuli:

$$\oint_c \vec{E} d\vec{l} = 0$$

Ovo važi za bilo koju zatvorenu konturu. Praktično, potencijal neke tačke, u odnosu na nju samu, je nula. Prethodni izraz predstavlja matematički zapis teoreme o bezvrtložnom karakteru elektrostatičkog polja. Elektrostatičko polje je konzervativno. Neko polje je konzervativno, ukoliko je rad koji izvrše sile tog polja, po zatvorenoj konturi, jednak nuli. U elektrostatičkom polju to važi; rad sila u elektrostatičkom polju, po zatvorenoj konturi je:

$$A = \oint_c \vec{F} d\vec{l} = \Delta Q \cdot \oint_c \vec{E} d\vec{l} = 0$$

Napon

Potencijal je, u električnom smislu, "rastojanje" posmatrane tačke od referentne tačke. Slično kao što je u geometriji rastojanje neke tačke od koordinatnog početka. Međutim, nekada nisu od interesa rastojanja pojedinih tačaka od koordinatnog početka (referentne tačke), je potrebno znati rastojanje između dve tačke. Rastojanje između dve tačke ne zavisi od izbora koordinatnog početka. Slično, razlika potencijala između dve tačke 1 i 2 je nezavisna od izbora referentne tačke. Razlike potencijala su u praksi često od većeg interesa od samih potencijala. Razlika potencijala dve tačke naziva se napon između te dve tačke. Napon između dve tačke je, u električnom smislu, "rastojanje" između te dve tačke.

Napon između tačke 1 i tačke 2 jednak je razlici potencijala tačke 1 i tačke 2:

$$U_{12} = V_1 - V_2$$

Kako je:

$$V_1 = \int_1^{\text{Ref}} \vec{E} d\vec{l} \quad \text{ i } \quad V_2 = \int_2^{\text{Ref}} \vec{E} d\vec{l} = - \int_{\text{Ref}}^2 \vec{E} d\vec{l}$$

dobija se:

$$U_{12} = V_1 - V_2 = \int_1^{\text{Ref}} \vec{E} d\vec{l} - \int_2^{\text{Ref}} \vec{E} d\vec{l} = \int_1^{\text{Ref}} \vec{E} d\vec{l} + \int_{\text{Ref}}^2 \vec{E} d\vec{l} = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l}$$

Napon između tačke 1 i tačke 2 jednak je linijskom integralu, od tačke 1 do tačke 2, skalarnog proizvoda vektora jačine električnog polja \vec{E} i elementarnog pomeraja $d\vec{l}$:

$$U_{12} = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l}$$

Napon ne zavisi od puta po kome se vrši integracija, već samo od početne i krajnje tačke.

Odrediti napon između tačaka A i B. Tačka A se nalazi unutar tanke, metalne naelektrisanе sfere poluprečnika R , naelektrisanе količinom naelektrisanja Q , dok je tačka B van sfere. Sredina je vazduh.

Komentar: Rad koji se izvrši u elektrostatičkom polju, pri kretanju nekog elementarnog naelektrisanja ΔQ od tačke 1 do tačke 2, jednak je proizvodu tog elementarnog naelektrisanja i napona između tačke 1 i tačke 2:

$$A_{12} = \Delta Q \cdot \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = \Delta Q \cdot U_{12}$$

Kapacitivnost

Kapacitivnost nekog tela definiše se kao količnik količine naelektrisanja tog tela i potencijala istog tela:

$$C = \frac{Q}{V}$$

Kapacitivnost je osobina tela (svako telo je poseduje). Osobina kapacitivnosti uvek postoji, bez obzira da li je telo naelektrisano ili nije.

Kapacitivnost nekog tela zavisi od oblika i dimenzija tela, kao i od sredine u kojoj se telo nalazi.

Da bi se kapacitivnost odredila, pretpostavi se da je telo naelektrisano i odrediti se potencijal koji telo ima u tom slučaju (kada je naelektrisano). Količnik ove dve veličine daje kapacitivnost tela.

Jedinica za kapacitivnost je farad. Oznaka je F.

Odrediti kapacitivnost tanke metalne usamljene sfere, poluprečnika R , koja se nalazi u vakuumu.

Kondenzator

Usamljeni provodnici, čak i vrlo velikih dimenzija, imaju veoma malu kapacitivnost. Zato njihov značaj kao sistema za "nagomilavanje" naelektrisanja, u tehničkim primenama, nije veliki. Takođe, pojam usamljenog provodnika je fikcija.

Daleko veći značaj, za tehničke primene, ima sistem dva bliska tela koja su naelektrisana jednakim količinama naelektrisanja, ali suprotnog znaka. Ovakav sistem se naziva kondenzator, a provodnici koji ga čine elektrode kondenzatora.

Linije polja polaze sa negativno naelektrisane elektrode i završavaju se na pozitivno naelektrisanjoj elektrodi. Da bi se izbegao uticaj drugih naelektrisanih tela na polje, elektrodama kondenzatora se daje takav oblik da se polje uglavnom lokalizuje unutar kondenzatora.

Kapacitivnost kondenzatora se definiše kao količnik količine naelektrisanja koja se nalazi na jednoj elektrodi kondenzatora i napona između jedne i druge elektrode kondenzatora:

$$C = \frac{Q_1}{U_{12}}$$

Kondenzator ima osobinu kapacitivnosti, bez obzira da li su njegove elektrode naelektrisane ili nisu. Da bi se odredila kapacitivnost kondenzatora, pretpostavi se da su elektrode naelektrisane i odredi se napon između njih.

Za kondenzator čije su elektrode naelektrisane kaže se da je napunjen (pun). Takav kondenzator ima neku energiju. Kondenzator može biti i prazan (elektrode nisu naelektrisane, energija kondenzatora je nula).

Kapacitivnost kondenzatora je iste prirode kao i kapacitivnost usamljenog provodnika, tako da je jedinica za kapacitivnost kondenzatora farad. Oznaka je F.

Kapacitivnost kondenzatora zavisi od oblika i dimenzija elektroda, kao i od njihovog međusobnog položaja.

Odrediti kapacitivnost pločastog kondenzatora.

Odrediti kapacitivnost sfernog kondenzatora.

Odrediti kapacitivnost koaksijalnog kabla.

Nacrtati šematsku oznaku za kondenzator.

Energija

Energija nekog tela jednaka je polovini proizvoda naelektrisanja i potencijala tog tela:

$$W = \frac{1}{2} Q \cdot V$$

Energija kondenzatora kapacitivnosti C , između čijih elektroda je napon U , je:

$$W = \frac{1}{2} C \cdot U^2$$

Jedinica za energiju je džul. Oznaka je J.

Električno polje u dielektricima i polarizacija

U dielektrične materijale spada čitav niz čvrstih, tečnih i gasovitih materijala koji, za razliku od provodnika, ne sadrže slobodno pokretljiva električna opterećenja (slobodne elektrone).

Elementarna električna opterećenja koja ulaze u sastav dielektrika vezana su elastičnim unutrašnjim atomskim i molekulskim vezama (silama) za matične atome. Ova elementarna naelektrisanja se mogu, pod dejstvom spoljašnjeg električnog polja, pomerati oko centara ravnoteže samo za veoma mala rastojanja atomskih odnosno molekulskih razmera (elementarna naelektrisanja ne mogu napustiti matične atome odnosno molekule).

Kada se dielektrični materijal unese u strano električno polje, na sve elementarne naelektrisane čestice u atomima i molekulima deluju sile. Pod dejstvom tih sila, pozitivne čestice se pomeraju u pravcu i smeru polja, a negativne u suprotnom smeru. Pomeranje pozitivnih i negativnih čestica iz položaja ravnoteže, ograničeno je na veoma mala rastojanja, jer se dejstvu električnih sila spoljašnjeg polja suprotstavljaju unutrašnje atomske i molekulske sile koje su elastične po svom karakteru. Opisani električni proces u atomima i molekulima dielektrika naziva se polarizacija dielektrika. Makroskopska veličina kojom se karakteriše stanje polarizacije dielektrika je vektor jačine polarizacije \mathbf{P} .

Generalisani Gausov zakon

Ukoliko se naelektrisano telo unese u dielektričnu sredinu, doći će do polarizacije dielektrika. I u ovom slučaju možemo primeniti Gausov zakon u ranije datom obliku (za vakuum), smatrajući da se polarisani dielektrik odnosno njegova vezana naelektrisanja, nalaze takođe u vakuumu, kao i slobodna naelektrisanja naelektrisanog tela. Uzimajući vezana nekompenzovana naelektrisanja (ona koja bi ih kompenzovala su izašla van zamišljene površine S), može se pisati:

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{Q_{slobodnos} + Q_{vezanos}}{\epsilon_0}$$

Nakon određenih razmatranja, dobija se:

$$\oint_S (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \cdot d\vec{S} = Q_{slobodnaS}$$

Uvodi se novi vektor $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$ koji se naziva vektor dielektričnog pomeraja.

Generalisani Gausov zakon: Fluks vektora dielektričnog pomeraja kroz bilo koju zamišljenu zatvorenu površinu jednak je ukupnom slobodnom naelektrisanju koje je obuhvaćeno tom zamišljenom zatvorenim površinom.

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_{slobodnaS}$$

Generalisani Gausov zakon važi u svim sredinama – i linearnim i nelinearnim, i homogenim i nehomogenim, i izotropnim i neizotropnim.

Napomena: U prethodnom tekstu prikazani su samo neki osnovni pojmovi iz Elektrostatike.